Φύλλα

Σύντομης Βοήθειας

Φυσική Προσανατολισμού
Γ' Λυκείου

Κουμουνδούρος Γιάννης

Φυσικός, ΕΚΠΑ

Τ.6976370771

Κουμουνδούρος Γιάννης,
Φυσικός, ΕΚΠΑ,
Τηλ: 6976370771

ΗΜ1/2

Ηλεκτρικό ρεύμα ονομάζεται η προσανατολισμένη κίνηση ηλεκτρικών φορτίων. **Μονάδα** είναι το **A=C/s** και υπολογίζεται από τον τύπο: $i=\frac{dq}{dt}$. Είναι μονόμετρο μέγεθος. Το συμβατικό ρεύμα ρέει από τον θετικό προς τον αρνητικό πόλο δια μέσου του κυκλώματος. Αν σε χρόνο dt περνάνε N σε αριθμό φορτία (q) τότε το **συνολικό φορτίο** που διέρχεται από μία διατομή του αγωγού είναι $dq=N\cdot q$. Από το εμβαδόν της **γραφικής παράστασης** i(t) μεταξύ dt και καμπύλης υπολογίζουμε το dq.

Κύκλωμα με δύο αντιστάτες είναι **σε σειρά** όταν έχουν ένα κοινό άκρο και δεν υπάρχει κάποια διακλάδωση μεταξύ τους και διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα. Δηλαδή $i=i_1=i_2$ και $v=v_1+v_2$ και η **ισοδύναμη αντίσταση** είναι $R=R_1+R_2$. Δύο αντιστάτες είναι συνδεδεμένοι **παράλληλα** όταν έχουν κοινά άκρα και ίδια τάση, δηλαδή $i=i_1+i_2$ και $v=v_1=v_2$ και $\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$. Όταν λύνουμε ένα κύκλωμα τότε πρέπει να υπολογίσου-με τα στοιχεία i,v,R για κάθε αντιστάτη. Ακόμα $v=i\cdot R$

Η **ΗΕΔ** μίας πηγής ($E_{ΗΕΔ}$) (π.χ. μίας μπαταρίας) είναι η ενέργεια ανά μονάδα φορτίου που προσφέρει η πηγή στο κύκλωμα. Η **εσωτερική αντίσταση** μίας πηγής (r) είναι η αντίσταση της πηγής. Η **πολική τάση** της πηγής ($v_π$) είναι η τάση στα άκρα της $v_π=E_{ΗΕΔ}-i\cdot r$. Η ισχύς που προσφέρει η πηγή σε όλο το κύκλωμα κάθε χρονική στιγμή υπολογίζεται από $P=E_{ΗΕΔ}\cdot i$ και η ενέργεια $dE=P\cdot dt$ και αν τα i, $E_{ΗΕΔ}$ είναι σταθερά τότε από $ΔE=E_{ΗΕΔ}\cdot i\,Δt$, αλλιώς από το εμβαδόν της γραφικής παράστασης P(t).

Ένας **μαγνήτης** έχει δύο **πόλους** (N)orth, (S)outh. Δεν υπάρχουν **μονόπολα.** Δημιουργεί γύρω του ένα **μαγνητικό πεδίο** που είναι ο χώρος. Σε κάθε σημείο του μαγνητικού πεδίου υπάρχει η **ένταση** $\vec{B}$ **,** που είναι διανυσματικό μέγεθος με **μονάδα** T=N/(Am) και περιγράφει πόσο δυνατό είναι το πεδίο σε εκείνο το σημείο. Οι **δυναμικές γραμμές** είναι οι γραμμές όπου το διάνυσμα της έντασης $\vec{B}$ είναι πάντα εφαπτόμενο πάνω τους σε κάθε σημείο. Περιγράφουν το σχήμα του πεδίου. Δεν τέμνονται, δεν εφάπτονται, είναι κλειστές, η πυκνότητά τους εκφράζει το μέτρο της έντασης του πεδίου. Οι γραμμές έξω από έναν ραβδόμορφο μαγνήτη **κατευθύνονται** N→S ενώ μέσα στον μαγνήτη S→N. Σε ένα **ομογενές** πεδίο οι γραμμές είναι παράλληλες και ισαπέχουσες.

Η **αντίσταση** ενός αγωγού εξαρτάται από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του $R=\rho\frac{l}{A}$, l το μήκος και A το εμβαδόν της διατομής του αγωγού. Η **ειδική αντίσταση** ρ εξαρτάται από το υλικό και την θερμοκρασία. **Αντιστάτης** είναι η συσκευή και αντίσταση η ιδιότητα που έχει να αντιστέκεται στην διέλευση των φορτίων. Η **αντίσταση ανά μονάδα μήκους** R^* ορίζεται ως η αντίσταση για κάθε μονάδα μήκους σύρματος $R=R^*\cdot l$. Αν ο αντιστάτης είναι **ωμικός** τότε $i=\frac{v}{R}$, δηλαδή η ένταση του ρεύματος είναι ανάλογη της τάσης με συντελεστή αναλογίας την αγωγιμότητα $\frac{1}{R}$ του αγωγού. Από την κλίση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης $i(v)$ υπολογίζουμε την αγωγιμότητα. Η **ενέργεια (θερμότητα)** που εκλύεται λόγο φαινομένου Joule στους ωμικούς αντιστάτες δίνεται από τον τύπο: $dE=v\cdot i\cdot dt=i^2\cdot R\cdot dt=\frac{v^2}{R}dt$ και αντίστοιχα η ενέργεια ανά μονάδα χρόνου, **ισχύς,** δίνεται από τον τύπο: $P=\frac{dE}{dt}=v\cdot i=i^2\cdot R=\frac{v^2}{R}$

Τα περισσότερα από τα μεγέθη που χρησιμοποιούμε είναι στιγμιαία και γενικά είναι συναρτήσεις του χρόνου (μεταβλητά). Π.χ i ή i(t) που μας δίνει την ένταση κάθε χρονική στιγμή. di είναι μία απειροστά μικρή μεταβολή του, που γίνεται σε απειροστά μικρό χρονικό διάστημα dt και $\frac{di}{dt}$ είναι ο ρυθμός μεταβολής εκείνη την χρονική στιγμή ή αλλιώς η παράγωγος. Δίνεται από την κλίση της γραφικής παράστασης εκείνη την χρονική στιγμή. Από την γραφική παράσταση το εμβαδόν $di\cdot dt$ δίνει το φορτίο dq το χρονικό διάστημα dt και από το άθροισμά τους (ολοκλήρωμα) $dq_1+dq_2+...$ υπολογίζεται το συνολικό φορτίο. Εργαζόμαστε ανάλογα και για τα άλλα φυσικά μεγέθη.

Η δύναμη **Laplace** είναι η δύναμη που ασκεί το μαγνητικό πεδίο σε έναν ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό ο οποίος βρίσκεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο. Το μέτρο της υπολογίζεται από $F_L=B\cdot i\cdot l\cdot συν(\varphi)$, είναι κάθετη στο επίπεδο των $\vec{B},i$ και έχει φορά από τον κανόνα του δεξιού χεριού (αντίχειρας →i, δείκτης →B, μέσος → δύναμη), φ η γωνία των $\vec{B},i$.

Η **μαγνητική ροή** είναι μονόμετρο μέγεθος και εκφράζει το πλήθος των μαγνητικών γραμμών που διέρχονται μέσα από ένα κλειστό πλαίσιο. Για κάποια χρονική στιγμή υπολογίζεται από τον τύπο $\Phi=B\cdot A\cdot συν(\varphi)$. A είναι το κάθετο διάνυσμα στην επιφάνεια και φ η γωνία των A και B. Σε ένα απειροστά μικρό χρονικό διάστημα υπολογίζουμε τον ρυθμό μεταβολής της ροής $\frac{d\Phi}{dt}=\frac{dB}{dt}\cdot A\cdot συν(\varphi)$ αν μεταβάλλεται μόνο το B, ενώ $\frac{d\Phi}{dt}=\frac{dA}{dt}\cdot B\cdot συν(\varphi)$ αν μεταβάλλεται μόνο το A.

Κουμουνδούρος Γιάννης,
Φυσικός, ΕΚΠΑ,
Τηλ: 6976370771

ΗΜ2/2

$k_\mu = 10^{-7}\frac{N}{A^2}$

Η **ένταση** του μαγνητικού πεδίου γύρω από δέσμη Ν **ευθύγραμμων ρευματοφόρων αγωγών** απείρου μήκους δίνεται από τον τύπο $B = K_\mu \cdot \frac{2\cdot i}{r} \cdot N$ και είναι εφαπτόμενη σε κυκλι-κή δυναμική γραμμή ακτίνας r και η κατεύ-θυνση με τον κανόνα του δεξιού χεριού (τα δάκτυλα δείχνουν την ένταση και ο αντίχειρας το ρεύμα). Στο κέντρο δέσμης Ν **κυκλικών ρευματοφότων αγωγών** η ένταση του πεδίου είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζουν οι αγωγοί με κατεύθυνση με τον κανόνα του δεξιού χεριού (τα δάκτυλα δείχνουν το ρεύμα και ο αντίχειρας την ένταση) και έχει μέτρο $B = K_\mu \frac{2\pi i}{r} N$. Σε **πηνίο ή σωληνοειδές** η ένταση του πεδίου του είναι παράλληλη με τον άξονα του πηνίου με κατεύθυνση με τον κανόνα του δεξιού χεριού όπως και στον κυκλικό αγωγό και μέτρο στο κέντρο του ίσο με $B = k_\mu 4\pi i \frac{N}{l}$, ενώ στα άκρα του είναι $B_{άκρα} = B/2$. Αν περιέχει υλικό (σιδηρομαγνητικό, διαμαγνητικό, παραμα-γνητικό) μαγνητικής διαπερατότητας μ, τότε $B' = \mu B$.

Για ευθύγραμμο αγωγό που κινείται επάνω σε τροχιές έχουμε $E_{επ} = \frac{d\Phi}{dt}$ ή $E_{επ} = \frac{dA}{dt}B$ ή $E_{επ} = \frac{dx}{dt}B\cdot l$ ή $E_{επ} = B\cdot u\cdot l$. Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz θα δημιουργηθεί δύναμη La-place αντίθετη της ταχύτητας. Στην περίπτωση όπου τα Β και Α σχηματίζουν γωνία φ εχουμε: $E_{επ} = B\cdot u\cdot l\cdot συν(\varphi)$

Το **επαγωγικό φορτίο** είναι το φορτίο που μετακινείται στο πλαίσιο για όσο χρόνο συμβαίνει η μεταβολή της ροής και είναι ανεξάρτητο αυτού του χρονικού διαστήματος. Για ένα απειροστά μικρό χρονικό διάστημα έχουμε: $i = \frac{dq}{dt}$ ή $dq = i\cdot dt$ ή $dq = \frac{E_{επ}}{R}\cdot dt$ ή $dq = \frac{\frac{d\Phi}{dt}N\cdot dt}{R}$ ή $dq = \frac{d\Phi}{R}N$ και αθροίζοντας (ολοκληρώνοντας) την τελευταία σχέση βρίσκουμε $Q_{επ} = \Delta q = \frac{\Delta\Phi}{R}N$ Νόμος Neumann.

Ηλεκτρομαγνητική επαγωγή ονομάζεται το φαινόμενο της εμφάνισης ΗΕΔ στο πλαίσιο/πηνίο όταν με οποιαδήποτε τρόπο μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που το διαπερνά. Για απειροστά μικρό χρόνο δίνεται από τον τύπο $E_{επ} = -\frac{d\Phi}{dt}N$ το αρνητικό πρόσημο είναι ο **κανόνας του Lenz** που δίνει την **φορά** του **επαγωγικού ρεύματος** ώστε το μαγνητικό πεδίο που σχετίζεται με αυτό το επαγωγικό ρεύμα να αντιτίθεται στην μεταβολή της μαγνητικής ροής (αίτιο) που το προκάλεσε. Πρακτικά, όταν η ροή μεταβάλλεται λόγω της μεταβολής του $\vec{B}$ υπολογίζουμε διανυσματικά το $\Delta\vec{B}$ και το επαγόμενο μαγνητικό πεδίο έχει την αντίθετη φορά και μετά από αυτό υπολογίζουμε τη φορά του επαγόμενου ρεύματος. Αν η μεταβολή της ροής προκαλείται λόγω της μεταβολής του $\vec{A}$ τότε θα δημιουργηθεί επαγόμενο μαγνητικό πεδίο που θα αντιτίθεται στην μεταβολής της ροής.

Όταν δύο αγωγοί (1) και (2) διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα I_1 και I_2 αντίστοιχα, τότε η δύναμη που ασκεί ο πρώτος αγωγός στον δεύτερο είναι ελκτική και έχει μέτρο $F_1 = B_1\cdot I_2\cdot L$ ή $F_1 = k_\mu \frac{2I_1I_2L}{d}$, που d η μεταξύ τους απόσταση. Ίδια δύναμη ασκεί και ο δεύτερος στον πρώτο. Δράση Αντίδραση. Όμοια όταν οι δύο αγωγοί διαρρέονται από αντίρροπα ρεύματα μόνο που η δύναμη είναι απωστική.

Σε πλαίσιο που περιστρέφεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο έχουμε $\Phi = B\cdot A\cdot συν(\theta)$ εδώ μεταβάλλεται η ροή λόγω της μεταβολής της γωνίας θ. **Η αρμονικά εναλ-λασσόμενη τάση** από επαγωγή είναι $E_{επ} = -\frac{d\Phi}{dt}N$ και μετά την παραγώγηση της παραπάνω σχέσης είναι $E_{επ} = N\cdot\omega\cdot B\cdot A\cdot ημ(\theta) = V\cdot ημ(\omega t)$, με κυκλική-γωνιακή συχνότητα $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$. Ακόμα έχουμε αρμονικά εναλλασσόμενο ρεύμα $i = I\cdot ημ(\omega t)$ αφού $R = \frac{V}{I}$. Η συνεχής **ενεργός τάση** δίνει το ίδιο θερμικό αποτέλεσμα με την εναλλασσόμενη τάση στο ίδιο χρονικό διάστημα. $V_{εν} = \frac{V}{\sqrt{2}}$, $I_{εν} = \frac{I}{\sqrt{2}}$, $Q_{εναλ} = I_{εν}\cdot V_{εν}\cdot \Delta t$. Για να υπολογίσουμε την μέση ισχύ $\bar{P} = \frac{W_T}{T} = \frac{Q_T}{T} = V_{εν} I_{εν}$ ενώ για την στιγμιαία ισχύ $P = v\cdot i$. Δηλαδή για την θερμότητα και την μέση ισχύ χρησιμοποιούμε τις ενεργές τιμές για την στιγμιαία ισχύ τις στιγμιαίες τιμές της τάσης και του ρεύματος

Κουμουνδούρος Γιάννης,
Φυσικός, ΕΚΠΑ,
Τηλ:6976370771

ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Μία ταλάντωση που πραγματοποιείται πάνω σε ευθεία γραμμή και η απομάκρυνση είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου ονομάζεται απλή αρμονική ταλάντωση. Η **απομάκρυνση** δίνεται από τον τύπο $x=A\,\eta\mu(\omega t+\varphi_0)$. Η **ταχύτητα** από τον τύπο $u=\omega A\,\sigma\upsilon\nu(\omega t+\varphi_0)$ και η **επιτάχυνση** από τον τύπο $\alpha=-\omega^2 A\,\eta\mu(\omega t+\varphi_0)$ όπου $\varphi=\omega t+\varphi_0$ είναι η **φάση** σε rad και δείχνει σε ποια γωνία βρίσκεται το περιστρεφόμενο διάνυσμα της ταλάντωσης, ενώ φ_0 είναι η **αρχική φάση** σε rad με $0\le\varphi_0<2\pi$ και δείχνει από πια γωνία ξεκινάει η ταλάντωση.

$$\eta\mu(\varphi)=\eta\mu(\theta)\Leftrightarrow\left\{\begin{matrix}\varphi=2k\pi+\theta\\ \varphi=2k\pi+\pi-\theta\end{matrix}\right\},k\in\mathbb{Z}$$

$$\sigma\upsilon\nu(\varphi)=\sigma\upsilon\nu(\theta)\Leftrightarrow\left\{\begin{matrix}\varphi=2k\pi+\theta\\ \varphi=2k\pi-\theta\end{matrix}\right\},k\in\mathbb{Z}$$

$$\varepsilon\varphi(\varphi)=\varepsilon\varphi(\theta)\Leftrightarrow\{\varphi=k\pi+\theta\},k\in\mathbb{Z}$$

$\eta\mu^2(\varphi)+\sigma\upsilon\nu^2(\varphi)=1$ ή $\frac{x^2}{A^2}+\frac{u^2}{\omega^2 A^2}=1$ ή $\frac{\omega^2 x^2}{\omega^2 A^2}+\frac{u^2}{\omega^2 A^2}=1$ ή $\frac{\omega^2 x^2+u^2}{\omega^2 A^2}=1$ ή $\omega^2 x^2+u^2=\omega^2 A^2$ ή $u^2=\omega^2 A^2-\omega^2 x^2$ ή $u=\pm\sqrt{\omega^2(A^2-\chi^2)}$ ή $u=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2}$

$$\alpha=-\omega^2 A\,\eta\mu(\varphi)=-\omega^2 x$$

Όταν πάνω σε ένα σύστημα επιδρά μόνο η δύναμη του ελατηρίου και το βάρος τότε το σώμα εκτελεί αμείωτη απλή αρμονική ταλάντωση με **ιδιοσυχνότητα** από τον τύπο $D=m\omega_0^2$. Όταν πάνω στο σύστημα επιδρά και η δύναμη αντίστασης $F=-bu$ τότε έχουμε **φθίνουσα ταλάντωση** με ίδια συχνότητα με την ιδιοσυχνότητα (στα πλαίσια του βιβλίου) και το πλάτος τις χρονικές στιγμές $t=N\cdot T$ δίνεται από τον τύπο $A=A_0 e^{-\Lambda t}$. το **πηλίκο δύο διαδοχικών θετικών μέγιστων απομακρύνσεων (προς την ίδια κατεύθυνση) είναι σταθερό:** $\frac{A_N}{A_{N+1}}=\frac{A_0 e^{-\Lambda N t}}{A_0 e^{-\Lambda(N+1)t}}=\frac{A_0 e^{-\Lambda N t}}{A_0 e^{-\Lambda N t}e^{-\Lambda t}}=e^{\Lambda t}$

Ο **χρόνος υποδιπλασιασμού** (ημισείας ζωής) του πλάτους είναι ο χρόνος που θα περάσει μέχρι το πλάτος να γίνει το μισό της αρχικής του τιμής. Δηλαδή, $A_{1/2}=A_0 e^{-\Lambda t_{1/2}}$ δηλαδή $t_{1/2}=\frac{\ln 2}{\Lambda}$. Η **ενέργεια** για μικρές τιμές του b είναι $E=E_0 e^{-2\Lambda t}$. Όταν έχουμε και αρμονική δύναμη από διεγέρτη τότε έχουμε **εξαναγκασμένη ταλάντωση** και παρατηρείται συντονισμός (μέγιστο πλάτος και μέγιστη κινητική ενέργεια στα πλαίσια του βιβλίου) όταν $\omega_\delta=\omega_0$

Στην γραφική παράσταση μίας αρμονικής συνάρτησης με τον χρόνο. $f(t)=A\,\eta\mu(\omega t+\varphi_0)$ το A καθορίζει το ύψος της καμπύλης, το ω είναι η κυκλική συχνότητα $\omega=\frac{2\pi}{T}$ και καθορίζει την περίοδο ή το πόσο συσπειρωμένη είναι η γραφική παράσταση στον άξονα του χρόνου και φ_0 είναι η αρχική φάση και δείχνει πόσο μετατοπισμένη είναι προς τα αριστερά ($+\varphi_0$) η καμπύλη.

$$\eta\mu(\omega t+\pi/2)=\sigma\upsilon\nu(\omega t)$$
$$\eta\mu(\omega t+\pi)=-\eta\mu(\omega t)$$
$$\sigma\upsilon\nu(\omega t+\pi/2)=-\eta\mu(\omega t)$$

Σύνθεση. Αν οι δύο α.α.τ. είναι γύρω από το ίδιο σημείο και $x_1=A_1\,\eta\mu(\omega t+\varphi_1)$ και $x_2=A_2\,\eta\mu(\omega t+\varphi_2)$ τότε η **συνισταμένη α.α.τ.** θα είναι $x=A\,\eta\mu(\omega t+\varphi_0)$ όπου $A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\,\sigma\upsilon\nu\varphi}$ με $\varphi=|\varphi_2-\varphi_1|$ και $\varepsilon\varphi\,\theta=\frac{A_2\,\eta\mu(\varphi)}{A_1+A_2\,\sigma\upsilon\nu(\varphi)}$, με A_2 το μέτρο του διανύσματος με την μεγαλύτερη φάση και $\varphi_0=\theta+\varphi_1$, όπου φ_1 η μικρότερη φάση από τις δύο.

Η **κινητική ενέργεια του σώματος** είναι $K=\frac{1}{2}mu^2$ η **δυναμική ενέργεια του συστήματος σώμα-ελατήριο** είναι $U=\frac{1}{2}kx^2$, όπου x είναι η απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας και **προσοχή** η **δυναμική ενέργεια του ελατηρίου** είναι $U_{\varepsilon\lambda}=\frac{1}{2}k\Delta l^2$, όπου Δl είναι η απομάκρυνση από την θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου. Γενικά το **έργο** μπορεί να υπολογιστεί με τον τύπο $dW=F\,dx\,\sigma\upsilon\nu(\varphi)$, πρακτικά το έργο του βάρους από $W_w=-mg(h-h_o)$ με αρνητικό έργο όταν ανεβαίνουμε και θετικό όταν κατεβαίνουμε, ή ισοδύναμα με τον τύπο $-\Delta U_w=W_w$, **το έργο της δύναμης του ελατηρίου** από το εμβαδόν της γραφικής παράστασης τη δύναμη σε συνάρτηση με το Δl με αρνητικό πρόσημο αφού η δύναμη του ελατηρίου και η απομάκρυνση από το ΦΜ είναι αντίθετες $\vec{F}_{\varepsilon\lambda}=-k\vec{\Delta l}$, άρα $W_{F_{\varepsilon\lambda}}=-\frac{1}{2}k\Delta l^2$. Ακόμα $-\Delta U_{\varepsilon\lambda}=W_{\varepsilon\lambda}$. Όμοια και το έργο της συνολικής δύναμης της ταλάντωσης $W_{F_{\tau\alpha\lambda}}=-\frac{1}{2}kx^2$ και ακόμα $-\Delta U_{\tau\alpha\lambda}=W_{\tau\alpha\lambda}$. Το **θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας** που ισχύει πάντα: $\Delta K=\Sigma W$. Όταν όλες οι δυνάμεις είναι συντηρητικές ή με μηδενικό έργο μπορούμε να εφαρμόσουμε **την Α.Δ.Μ.Ε.** όπου $K_A+U_A=K_B+U_B$, συνήθως διαλέγουμε το ένα από τα δύο σημεία να είναι το σημείο ισορροπίας ή μία ακραία θέση. Η **Ισχύς δύναμης ή ο ρυθμός μεταβολής του έργου της** είναι $\frac{dW_F}{dt}=\frac{F\,dx\,\sigma\upsilon\nu(\theta)}{dt}=Fu\,\sigma\upsilon\nu(\theta)$ και ο **ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας** $\frac{dU}{dt}=-\vec{F}\cdot\vec{u}$ όπου F αντίστοιχη δύναμη που μπορεί να είναι το βάρος, η δύναμη του ελατηρίου ή η συνολική δύναμη της ταλάντωσης (συντηρητικές δυνάμεις) **και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας** $\frac{dK}{dt}=\vec{F}_{o\lambda}\cdot\vec{u}$. Ακόμα $\frac{dK}{dt}=\frac{dU_{\tau\alpha\lambda}}{dt}$

Διακρότητα. Δύο α.α.τ γύρω από το ίδιο σημείο με $x_1=A\,\eta\mu(\omega_1 t)$ και $x_2=A\,\eta\mu(\omega_2 t)$, τότε η συνισταμένη ταλάντωση **δεν θα είναι απλή αρμονική** και θα είναι: $x=A'\,\eta\mu(\bar{\omega}t)$ ή $x=2A\,\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t\right)\cdot\eta\mu\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t\right)$, με A' το μεταβλητό πλάτος της ταλάντωσης και $\bar{\omega}=\frac{\omega_1+\omega_2}{2}$ η συχνότητα της ταλάντωσης. Όταν $\bar{\omega}\approx\omega_1\approx\omega_2$ έχουμε διακρότημα και η **περίοδος του διακροτήματος** $T_\delta=\frac{1}{|f_1-f_2|}$. Επίσης $\eta\mu\alpha+\eta\mu\beta=2\,\sigma\upsilon\nu\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\eta\mu\frac{\alpha+\beta}{2}$

Κουμουνδούρος Γιάννης,
Φυσικός, ΕΚΠΑ,
Τηλ:6976370771

ΚΥΜΑΤΑ

Γειτνιάζοντα σωματίδια που ταλαντώνονται αρμονικά με βαθμιαία μεταβολή στην φάση δημιουργούν ένα **υλικό-μηχανικό κύμα**. Κατά την διάδοση του κύματος δεν μεταφέρεται ύλη αλλά μεταφέρεται ενέργεια και ορμή. Αυτό που κινείται είναι η διαταραχή (το σχήμα) με σταθερή ταχύτητα $u=x/t$. Η ταχύτητα εξαρτάται από τις ιδιότητες του μέσου, πυκνότητα μέσου, τάση χορδής κ.α. Τα κύματα διακρίνονται σε εγκάρσια και διαμήκη. **Εγκάρσια** είναι τα κύματα όπου τα σωματίδια ταλαντώνονται κάθετα στην διάδοση του κύματος ενώ στα **διαμήκη** ταλαντώνονται στην ίδια διεύθυνση με την διάδοση του κύματος. Το κύμα ακολουθεί την κίνηση της πηγής. Αν η πηγή ταλαντώνεται απλά και αρμονικά τότε προκύπτει ένα ημιτονοειδές ή **αρμονικό κύμα**. **Μήκος κύματος** είναι το μήκος από μεταξύ δύο γειτονικών σημείων με ίδια απομάκρυνση και απέχουν το ίδιο από την θέση ισορροπίας, π.χ. δύο όρεων. Ο χρόνος που κάνει ένα σωματίδιο του μέσου να ολοκληρώσει ένα κύκλο στην κίνησή είναι ίση με την **περίοδο του κύματος**. Είναι επίσης ο χρόνος που κάνει ένα σημείο της μορφής, π.χ. ένα όρος να μετακινηθεί κατά ένα μήκος κύματος. Η **συχνότητα του κύματος** είναι ίση με την συχνότητα ενός σωματιδίου που ταλαντώνεται, είναι ίση με τον αριθμό των κορυφών ή των πυκνωμάτων που διέρχονται από ένα σημείο ανά μονάδα χρόνου. Η **θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής** είναι η $u=\lambda/f$.

Έστω μια μία απλή αρμονική πηγή στην άκρη μιας χορδής που ξεκίνησε να ταλαντώνεται την χρονική στιγμή $t_0=0$ από την θέση $x_0=0$ προς την θετική κατεύθυνση του άξονα της ταλάντωσης της ($y'y$), τότε δημιουργεί ένα απλό αρμονικό κύμα που οδεύει κατά μήκος της χορδής ($x'x$) προς τα δεξιά (θετική κατεύθυνση). Για να βρούμε την απομάκρυνση ενός σωματιδίου της χορδής που βρίσκεται στην θέση x την χρονική στιγμή t χρησιμοποιούμε την εξίσωση $y(x,t)=A\cdot\eta\mu[2\pi(t/T-x/\lambda)]$ Για να επισημάνουμε ένα από τα σωματίδια του κύματος που βρίσκεται στην θέση x την χρονική στιγμή t χρησιμοποιούμε ένα μέγεθος που ονομάζεται **φάση**. Η φάση $2\pi(t/T-x/\lambda)$ είναι γωνία και μετριέται σε ακτίνια. Για κάποια χρονική, δεν υπάρχουν σωματίδια με ίδια φάση. **Στιγμιότυπο** του κύματος είναι το διάγραμμα που δίνει τις απομακρύνσεις των σωματιδίων του κύματος κάποια χρονική στιγμή και περιγράφεται από την εξίσωση $y(x,t)=A\cdot\eta\mu[2\pi(\sigma\tau\alpha\theta.-x/\lambda)]$, ενώ ένα σωματίδιο σε κάποια θέση εκτελεί **ταλάντωση** με εξίσωση $y(x,t)=A\cdot\eta\mu[2\pi(t/T-\sigma\tau\alpha\theta.)]$.

Η **αρχή της επαλληλίας** διατυπώνεται ως εξής: Όταν σε ένα ελαστικό μέσο διαδίδονται δύο ή περισσότερα κύματα η απομάκρυνση ενός σημείου του μέσου είναι ίση με τη συνισταμένη των απομακρύνσεων που οφείλονται στα επί μέρους κύματα. Η ταυτόχρονη διάδοση δύο ή περισσότερων κυμάτων στην ίδια περιοχή ενός ελαστικού μέσου ονομάζεται **συμβολή**. Στην συμβολή έχουμε πηγές με ίδιο πλάτος, συχνότητα και φάση (**σύγχρονες**). **Ενίσχυση** έχουμε όταν $r_1-r_2=N\lambda$ και **απόσβεση** όταν $r_1-r_2=(2N+1)\lambda/2$, $N=0,\pm1,\pm2,\ldots$. Τα σωματίδια στο μέσο ταλαντώνονται με πλάτος $y=y_1+y_2$ και μετά από πράξεις: $y=2A\,\sigma\upsilon\nu(2\pi(r_1-r_2)/2\lambda)\eta\mu\,2\pi(t/T-(r_1+r_2)/2\lambda)$. Προσοχή στον τύπο της τριγωνομετρίας: $\eta\mu\alpha+\eta\mu\beta=2\,\sigma\upsilon\nu((\alpha-\beta)/2)\eta\mu((\alpha+\beta)/2)$. Η διαφορά φάσης των δύο κυμάτων δίνεται από τον τύπο: $\Delta\varphi=\varphi_1-\varphi_2=2\pi(r_2-r_1)/\lambda$. Στην ενίσχυση έχουμε πλάτος 2A, διαφορά φάσης 2Nπ rad, στην απόσβεση πλάτος 0 και διαφορά φάσης (2N+1)π rad. Όλα τα υπόλοιπα σωματίδια έχουν πλάτος από 0 έως 2A.

Αν δύο κύματα με ίδιο πλάτος και συχνότητα διαδίδονται αντίθετα τότε θα έχουμε **στάσιμο κύμα**. Τα σωματίδια του σχοινιού ταλαντώνονται με πλάτη: $y=2A\,\sigma\upsilon\nu(2\pi x/\lambda)\eta\mu(2\pi t/T)$. Το πλάτος του κύματος είναι $A'=|2A\,\sigma\upsilon\nu(2\pi x/\lambda)|$. **Δεσμούς**, δηλαδή σημεία με μηδενικό πλάτος έχουμε όταν $x=(2k+1)\lambda/4$ και **κοιλίες**, δηλαδή σημεία με μέγιστο πλάτος $2A$ έχουμε όταν $x=k\lambda/2$. Για k=0 έχουμε κοιλία και $k=0,\pm1,\ldots$ Τα σωματίδια του σχοινιού εκτελούν ταλαντώσεις με διαφορετικά πλάτη το καθένα από 0 έως 2A. Όλα τα σωματίδια περνούν ταυτόχρονα από την μηδενική θέση αλλά όχι με ίδια φάση. Δύο διαδοχικοί δεσμοί ή κοιλίες απέχουν **απόσταση** λ/2. Τα σημεία μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών έχουν **ίδια φάση** και σημεία που βρίσκονται εκατέρωθεν ενός δεσμού έχουν διαφορά φάσης π rad. Η παραπάνω εξίσωση για x=0 και t=0 έχουμε κοιλία και το αρχικό σημείο έχει απομάκρυνση y=0 και θετική ταχύτητα. Η **ταχύτητα** των σημείων του μέσου είναι $y=\omega A'\,\sigma\upsilon\nu(2\pi t/T)$ και προκύπτει με παραγώγιση. Μπορούμε να αλλάξουμε την **θέση των δεσμών** αλλά όχι την μεταξύ τους απόσταση αν πάρουμε συμβολή των παρακάτω κυμάτων: $y_1=A\eta\mu\,2\pi(t/T-x/\lambda+\varphi_0/2\pi)$ και $y_2=A\eta\mu\,2\pi(t/T+x/\lambda)$. Για να αλλάξουμε την απόσταση των δεσμών αλλάζουμε το λ. Προσοχή στο σχοινί που είναι πακτωμένο και στα δύο άκρα. Η **ενέργεια** των αρχικών κυμάτων εγκλωβίζεται μεταξύ των δεσμών και αλλάζει μορφή.

Διαφορά φάσης του ίδιου υλικού σημείου για δύο χρονικές στιγμές δίνεται από τον τύπο: $\Delta\varphi=2\pi/T\cdot\Delta t$. Ενώ η διαφορά φάσης δύο σημείων της χορδής την ίδια χρονική στιγμή: $\Delta\varphi=2\pi\,\Delta x/\lambda$. Συμφωνία φάσης όταν $\Delta\varphi=2\kappa\pi$, $\Delta x=\kappa\lambda$ και αντίθεση όταν $\Delta\varphi=(2\kappa+1)\pi$, $\Delta x=(2\kappa+1)\lambda/2$, $\kappa=0,1,2,\ldots$ Προσοχή στα κύματα που διαδίδονται προς τα δεξιά και τα αριστερά. Τα αρμονικά κύματα μπορούν να έχουν αρχική φάση η οποία παίρνει οποιαδήποτε τιμή.

Ηλεκτρομαγνητικό κύμα είναι η ταυτόχρονη διάδοση ενός ηλεκτρικού και ενός μαγνητικού πεδίου στον χώρο. Διαδίδονται στο κενό με ταχύτητα c. Διαδίδονται και στην ύλη με μικρότερη ταχύτητα. Είναι εγκάρσια. Τα δύο κύματα ταλαντώνονται σε κάθετα μεταξύ τους επίπεδα. Ισχύει E/B=c. Υπακούον στην αρχή της επαλληλίας. Παράγονται από την μεταβαλλόμενη κίνηση ηλεκτρικών φορτίων. Είναι $E=E_{max}\eta\mu[2\pi(t/T-x/\lambda)]$ και $B=B_{max}\eta\mu[2\pi(t/T-x/\lambda)]$ και $E_{max}/B_{max}=c$. Οι σπουδαιότερες περιοχές του φάσματος είναι: Ραδιοκύματα, Μικροκύματα, Υπέρυθρη ακτινοβολία, Ορατό φως, Υπεριώδη ακτινοβολία, Ακτίνες X, Ακτίνες γ. Ισχύει η θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής $c=\lambda/f$.

Κουμουνδούρος Γιάννης,
Φυσικός, ΕΚΠΑ,
Τηλ: 6976370771

ΚΡΟΥΣΕΙΣ

Σε μία κεντρική ελαστική κρούση οι ταχύτητες μετά την κρούση αποδεικνύεται ότι είναι οι

$$u_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2}u_1 + \frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}u_2$$

$$u_1' = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}u_1 + \frac{2m_2}{m_1+m_2}u_2$$

Πρώτον, έστω ότι το σώμα m_2 είναι ακίνητο $u_2=0$, τότε $u_2'=\frac{2m_1}{m_1+m_2}u_1$ $u_1'=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}u_1$ **Δεύτερον,** έστω $m_1=m_2=m$, τότε $u_2'=u_1$ και $u_1'=u_2$ δηλαδή οι σφαίρες ανταλλάσουν ταχύτητες. **Τρίτον,** έστω ότι $m_2 \gg m_1$ και $u_2=0$ τότε $u_2'=0$ και $u_1'=-u_1$ αφού το κλάσμα $\frac{m_1}{m_2} \to 0$. **Τέταρτον**, έστω ότι $m_2 \ll m_1$ και $u_2=0$ τότε $u_2'=2u_1$ και $u_1'=u_1$ αφού το κλάσμα $\frac{m_2}{m_1} \to 0$

Κεντρική είναι η κρούση όταν τα διανύσματα των ταχυτήτων είναι στην ίδια ευθεία. **Έκκεντρη** όταν τα διανύσματα των ταχυτήτων είναι μεν παράλληλα αλλά όχι στην ίδια ευθεία και **πλάγια** όταν τα διανύσματα σχηματίζουν τυχαίες διευθύνσεις. Γενικά στις κρούσεις **διατηρείται η ορμή του συστήματος. Ελαστική** έχουμε όταν διατηρείται και η κινητική ενέργεια ενώ **ανελαστική** όταν δεν διατηρείται. Μία ανελαστική κρούση η οποία οδηγεί σε συσσωμάτωμα ονομάζεται **πλαστική**.

Στην **ελαστική** κρούση δεν υπάρχει **απώλεια ενέργειας** στο σύστημα, δηλαδή $K_{αρχ}^{ολ}=K_{τελ}^{ολ}$. Όμως κάθε σφαίρα αλλάζει ταχύτητα και η κινητική της ενέργεια μεγαλώνει ή μικραίνει. Έτσι μπορούμε να υπολογίσουμε την μεταβολή της κινητικής ενέργειας κάποιας σφαίρας από τον τύπο $ΔK=K_{τελ}^{σφαίρας\,1\,ή\,2}-K_{αρχ}^{σφαίρας\,1\,ή\,2}$. Στην **ανελαστική/πλαστική** κρούση η ενέργεια που χάθηκε από το σύστημα των δύο σφαιρών και πήγε στο περιβάλλον είναι $E_{απωλ}=K_{αρχ}^{ολ}-K_{τελ}^{ολ}$, και ισχύει ότι $K_{τελ}^{ολ}<K_{αρχ}^{ολ}$. Επίσης όμοια μπορούμε να υπολογίσουμε και την μεταβολή της κινητικής ενέργειας κάθε σφαίρας.

Ας δούμε τώρα τα **ποσοστά.** Γενικά έχουμε δύο ενέργειες τις οποίες τοποθετούμε σε έναν λόγο. **Πρώτον**, αν η εκφώνηση σε μία ελαστική κρούση ζητάει: *“Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος Σ1 που μεταβιβάζεται στο σώμα Σ2 εξαιτίας της κρούσης”* τότε $Π\%=\frac{K_{πριν}^{Σ1}-K_{μετά}^{Σ1}}{K_{πριν}^{Σ1}}100\%$ **Δεύτερον**, αν η εκφώνηση σε μία πλαστική/ανελαστική κρούση ζητάει *“Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος που χάθηκε κατά την κρούση “* τότε $Π\%=\frac{K_{πριν}^{συστ}-K_{μετά}^{συστ}}{K_{πριν}^{συστ}}100\%$. **Τρίτον**, αν η εκφώνηση σε μία πλαστική/ανελαστική κρούση όπου το δεύτερο σώμα είναι ακίνητο ζητάει *“Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ1 πριν την κρούση που χάθηκε από το σύστημα εξαιτίας της κρούσης”* τότε $Π\%=\frac{K_{πριν}^{συστ}-K_{μετά}^{συστ}}{K_{πριν}^{συστ}}100\%$. **Τέταρτον**, αν η εκφώνηση σε μία πλαστική/ανελαστική κρούση ζητάει *“το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που παραμένει στο σύστημα των δύο σωμάτων μετά την κρούση “* τότε $Π\%=\frac{K_{τελ}^{συστ}}{K_{αρχ}^{συστ}}100\%$, **Τέλος**, αν η εκφώνηση σε μία πλαστική/ανελαστική κρούση ζητάει *“το ποσοστό της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συστήματος εξαιτίας της κρούσης“* τότε $Π\%=\frac{K_{μετά}^{συστ}-K_{πριν}^{συστ}}{K_{πριν}^{συστ}}100\%$, εδώ προσέξτε ότι το αποτέλεσμα είναι αρνητικό!

Γενικά ισχύει $\vec{P}_{αρχ}^{συστ}=\vec{P}_{τελ}^{συστ}$ ή

$$\vec{p}_{1(αρχ)}+\vec{p}_{2(αρχ)}=\vec{p}_{1(τελ)}+\vec{p}_{2(τελ)} \text{ ή}$$

$$\vec{p}_{1(αρχ)}-\vec{p}_{1(τελ)}=\vec{p}_{2(τελ)}+\vec{p}_{2(αρχ)} \text{ ή}$$

$$-Δ\vec{p}_1=Δ\vec{p}_2$$

Στην ελαστική κρούση $K_{πριν}^{συστ}=K_{μετα}^{συστ}$ ή

$$K_{1(πριν)}+K_{2(πριν)}=K_{1(μετά)}+K_{2(μετά)} \text{ ή}$$

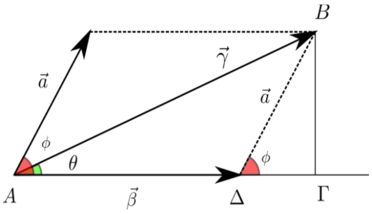
$$K_{1(πριν)}-K_{1(μετά)}=K_{2(μετά)}-K_{2(πριν)} \text{ ή}$$

$$-ΔK_1=ΔK_2$$

Στις **πλάγιες κρούσεις** ισχύουν όλα τα παραπάνω αλλά σε κάθε άξονα ξεχωριστά. **Πρώτον**, για να εφαρμόσουμε την αρχή διατήρησης της ορμής αναλύουμε τις ορμές (ή τις ταχύτητες, γενικά τα διανυσματικά μεγέθη) σε δύο κάθετους άξονες. Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. σε κάθε άξονα ξεχωριστά ($x'x', y'y$), από τις εξισώσεις που προκύπτουν βρίσκουμε τα μέτρα των συνιστωσών ταχυτήτων $u_{1x}', u_{1y}', u_{2x}', u_{2y}'$ ή τα μέτρα των συνιστωσών ορμών p_{1x}', p_{1y}' , p_{2x}', p_{2y}' ή γενικά αυτό που ζητάει η εκφώνηση και μετά συνθέτουμε με την αρχή της επαλληλίας (π.χ $u_1'=\sqrt{(u_{1x}'^2+u_{1y}'^2)}$) για να βρούμε το μέτρο του τελικού διανύσματος. Φυσικά πρέπει να βρούμε και την κατεύθυνση/γωνία.

ΠΡΟΣΟΧΗ στις κατευθύνσεις που δηλώνονται με τα πρόσημα +/-

Ακόμα $|\vec{γ}|=\sqrt{|\vec{α}^2|+|\vec{β}^2|+|\vec{α}||\vec{β}|συν(φ)}$, όπου φ είναι η γωνία μεταξύ των διανυσμάτων $\vec{α}, \vec{β}$,



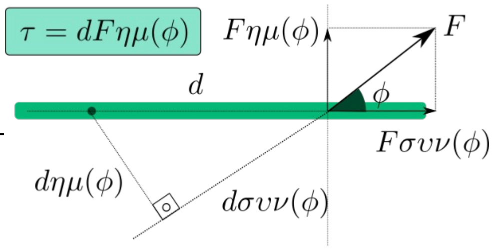
Έστω ορθογώνιο τρίγωνο $ΑΒΓ$, τότε

$$εφ(θ)=\frac{ΒΓ}{ΑΓ}=\frac{ΒΓ}{ΑΔ+ΔΓ}, \quad εφ(θ)=\frac{|\vec{α}|συν(φ)}{|\vec{β}|+|\vec{α}|ημ(φ)}$$

Κουμουνδούρος Γιάννης,
Φυσικός, ΕΚΠΑ,
Τηλ:6976370771

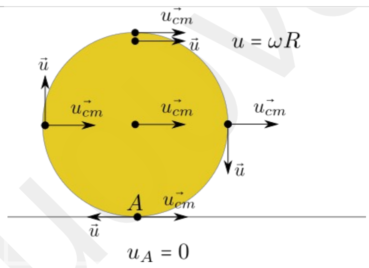
ΣΤΕΡΕΟ

Η **ροπή δύναμης** είναι το διανυσματικό μέγεθος $\vec{\tau}$ και υπολογίζεται (α) ως προς άξονα (β) ως προς σημείο. **Ροπή δύναμης ως προς άξονα.** η δύναμη βρίσκεται σε επίπεδο κάθετο στον άξονα, αναλύουμε την δύναμη σε δύο συνιστώσες ή αναλύουμε την απόσταση σε δύο συνιστώσες. Βλέπε σχήμα. Για **ροπή δύναμης ως προς σημείο,** σχηματίζουμε επίπεδο που περιλαμβάνει τον φορέα της δύναμης και το σημείο και εργαζόμαστε ανάλογα με την προηγούμενη περίπτωση. Ακόμη, η ροπή δύναμης ως προς σημείο είναι το εξωτερικό γινόμενο $\vec{\tau}=\vec{F}\times\vec{d}$ που έχει μέτρο $\tau=F\,d\,\eta\mu(\varphi)$, φορέα κάθετο στο επίπεδο που ορίζουν τα διανύσματα $\vec{F},\vec{d}$, και κατεύθυνση σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού. Όταν έχουμε ισορροπία στην περιστροφή $\Sigma\vec{\tau}=0$ αλλιώς ισχύει ο δεύτερος νόμος $\Sigma\vec{\tau}=I\,\vec{a}_\gamma$



Η **ροπή αδράνειας για ένα υλικό σωμάτιο** είναι $I=mr^2$, είναι μονόμετρο μέγεθος. Η ροπή αδράνειας για ένα **στερεό** (σύνολο από πολλά υλικά σωμάτια) είναι $I=m_1r_1^2+m_2r_2^2+\cdots$. Ισχύει το θεώρημα των πα-ράλληλων αξόνων $I(\kappa)=I_{cm}+md^2$. Κάθε γεωμετρικό στερεό έχει και τη δική του ροπή αδράνειας, την οποία την παίρνουμε από πίνακες.

Όταν έχουμε κύλιση χωρίς ολίσθηση το σημείο επαφής του τροχού με το έδαφος είναι ακίνητο αλλά διαφορετικό κάθε χρονική στιγμή. $u_A=0$, $u=u_{cm}=\omega\cdot R$. Για σημείο στην περιφέρει $dl=R\,d\theta$ ή $du=R\,d\omega$ ή $\alpha_\varepsilon=R\,a_\gamma$.



Για το **έργο** μίας δύναμης σε τροχό που εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση αναλύουμε την κίνηση σε μεταφορά $W_F^{cm}=F\cdot s_{cm}$ και περιστροφή

$W_F^{\pi\varepsilon\rho}=\tau\,\Delta\theta=FR\dfrac{\Delta l}{R}=F\cdot\Delta l=F\cdot s_{cm}$ αφού $\Delta l=R\,\Delta\theta$ ή

$\Delta l=R\cdot\dfrac{1}{2}a_\gamma\Delta t^2=R\cdot\dfrac{1}{2}\dfrac{a_{cm}}{R}\Delta t^2=s_{cm}$, επομένως $W_F=2\,F\cdot s_{cm}$.

Οι **ενέργειες** είναι ίδιες ακριβώς με την διαφορά $K=\frac{1}{2}mu^2+\frac{1}{2}I\,\omega^2$

■Για ένα σύστημα δύο **οδοντωτών τροχών** που εμπλέκονται, στο σημείο επαφής έχουμε κύλιση χωρίς ολίσθηση επομένως $dl_1=dl_2$, $R_1\,d\theta_1=R_2\,d\theta_2$, $u_1=u_2$, $R_1\,\omega_1=R_2\,\omega_2$, $\alpha_1^{(\varepsilon)}=\alpha_2^{(\varepsilon)}$, $R_1\,a_1^{(\gamma)}=R_2\,a_2^{(\gamma)}$. ■ Ο **αριθμός των περιστροφών** που θα εκτελέσει ένα σώμα που περιστρέφεται δίνεται από τον τύπο $N=\frac{\Delta\theta}{2\pi}$

Στην **ευθύγραμμη ομαλή κίνηση** έχουμε $\alpha=0$, $u=\sigma\tau\alpha\theta$, $s=u\cdot\Delta t$, $\vec{F}_{o\lambda}=0$ που είναι ο πρώτος νόμος του Νεύτωνα. Στην **ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη** έχουμε $\alpha=\sigma\tau\alpha\theta$, $u=u_0+a\,\Delta t$, $s=u_0\Delta t+\frac{1}{2}a\,\Delta t^2$, $\vec{F}_{o\lambda}=m\vec{a}$, $\vec{F}_{o\lambda}\uparrow\uparrow\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{u}$. Στην **ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη** είναι $\alpha=\sigma\tau\alpha\theta$, $u=u_0-a\,\Delta t$, $s=u_0\Delta t-\frac{1}{2}a\,\Delta t^2$, $\vec{F}_{o\lambda}=m\vec{a}$, $\vec{F}_{o\lambda}\uparrow\uparrow\vec{a}\uparrow\downarrow\vec{u}$. Στην **ελεύθερη πτώση**, ακολουθούμε σύστημα συντεταγμένων με αρχή το σημείο της πτώσης. $\alpha=g=10\,m/s^2$, $u=g\,\Delta t$, $y=\frac{1}{2}g\,\Delta t^2$. Στην **κυκλική κίνηση** ακολουθούμε σύστημα συντεταγμένων με αρχή την μάζα που περιστρέφεται και έναν άξονα εφαπτόμενο στον κύκλο και τον άλλον ακτινικά. Στον εφαπτομενικό άξονα υπολογίζουμε την επιτρόχια επιτάχυνση/επιβράδυνση $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\varphi}=m\vec{a}_\varepsilon$, που σχετίζεται με την μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας, ακόμα $u=u_0\pm a_\varepsilon\Delta t$, $s=u_0\Delta t\pm\frac{1}{2}a_\varepsilon\Delta t^2$ και στον ακτινικό άξονα $\Sigma\vec{F}_R=m\vec{a}_k$, $a_k=\frac{u^2}{R}$ η κεντρομόλος επιτάχυνση που σχετίζεται με την μεταβολή της κατεύθυνσης. Έχει πάντα διεύθυνση προς το κέντρο του κύκλου. Στην **ομαλή κυκλική κίνηση** $u=\sigma\tau\alpha\theta.$, $\alpha_\varepsilon=0$, $\omega=\sigma\tau\alpha\theta.$, $\alpha_\gamma=0$, $\upsilon=\frac{2\pi R}{T}$, $\omega=\frac{2\pi}{T}$, $u=\omega R$ $s=u\,\Delta t$, $\Delta\varphi=\omega\,\Delta t$ $\alpha_\kappa=\frac{u^2}{R}=\sigma\tau\alpha\theta$, στην **ομαλή κυκλική επιταχυνόμενη** $u\uparrow$, $a_\varepsilon=\sigma\tau\alpha\theta\neq0$, $\omega\uparrow$ $\alpha_\gamma=\sigma\tau\alpha\theta\neq0$, $u(t)=\omega(t)R$, $u=u_0+a_\varepsilon\,\Delta t$, $s=u_0\Delta t+\frac{1}{2}a_\varepsilon\Delta t^2$, $\omega=\omega_0+\alpha_\gamma\Delta t$, $\Delta\varphi=\omega_0\,\Delta t+\frac{1}{2}a_\gamma\Delta t^2$, $\alpha_\kappa(t)=\frac{u(t)^2}{R}\uparrow$ **στην ομαλή κυκλική επιβραδυνόμενη** $u\downarrow$, $a_\varepsilon=\sigma\tau\alpha\theta\neq0$, $\omega\downarrow$, $\alpha_\gamma=\sigma\tau\alpha\theta\neq0$, $u(t)=\omega(t)R$, $u=u_0-a_\varepsilon\,\Delta t$, $s=u_0\Delta t-\frac{1}{2}a_\varepsilon\Delta t^2$, $\alpha_\kappa(t)=\frac{u(t)^2}{R}\downarrow$, $\omega=\omega_0-\alpha_\gamma\Delta t$, $\Delta\varphi=\omega_0\,\Delta t-\frac{1}{2}a_\gamma\,\Delta t^2$

η **στροφορμή για στερεό σώμα** είναι διανυσματικό μέγεθος, κανόνας του δεξιού χεριού, μέτρο $L=I\,\omega$. Επίσης το μέτρο της **στροφορμής για ένα σημειακό** αντικείμενο που εκτελεί κυκλική κίνηση υπολογίζεται και από τον τύπο $L=m\,u\,r$. Οι δύο τελευταίοι τύποι είναι ισοδύναμοι διότι: $L=p\cdot u=m\,u\,r=m\,\omega\,r\,r=(mr^2)\,\omega=I\,\omega$ η **μεταβολή της στροφορμής** είναι $\Delta\vec{L}=\vec{L}_{\tau\varepsilon\lambda}-\vec{L}_{\alpha\rho\chi}$ και ο **ρυθμός μεταβολής** είναι η ροπή $\Sigma\vec{\tau}=\frac{d\vec{L}}{dt}$. Ο πρώτος και ο δεύτερος νόμος για την περιστροφή γράφονται $\frac{d\vec{L}}{dt}=\vec{0}$, $\frac{d\vec{L}}{dt}=I\,\vec{a}_\gamma$ αντίστοιχα. Η **στροφορμή** ενός σώματος ή ενός συστήματος σωμάτων παραμένει σταθερή όταν η ροπή ή η συνολική ροπή στο σύστημα είναι ίση με μηδέν $\vec{L}_{\alpha\rho\chi}=\vec{L}_{\tau\varepsilon\lambda}$

■ Ο φορέας της **στατικής τριβής** είναι πάντα παράλληλος ως προς την επιφάνεια επαφής των δύο σωμάτων. ανάλογα με το είδος της κίνησης που θα εκτελέσει το σώμα σχεδιάζουμε κατάλληλα και την τριβή. Σε άλλες περιπτώσεις ισορροπίας την σχεδιάζουμε ώστε να αντιστέκεται στην κίνηση ή να εξισορροπεί τις άλλες δυνάμεις. ■ Για να χάσει την **επαφή** του ένα σώμα πρέπει οι κάθετες δυνάμεις επαφής να γίνουν μηδέν. Για **ανακύκλωση** σε μία κυκλική τροχιά πρέπει $N\geq0$ στο υψηλότερο σημείο της τροχιάς. Ακόμα για ανακύκλωση μίας ράβδου μπορούμε να εφαρμόσουμε το κριτήριο $K\geq0$ στο υψηλότερο σημείο της τροχιάς.

Κουμουνδούρος Γιάννης,
Φυσικός, ΕΚΠΑ,
Τηλ:6976370771

Κβαντομηχανική

Μια σειρά φαινομένων όπως η η ακτινοβολία του μέλανος σώματος, το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, τα γραμμικά φάσματα εκπομπής και το φαινόμενο της σκέδασης των ακτίνων Χ (φαινόμενο Compton), δείχνουν ότι ενέργεια εκπέμπεται η απορροφάται κατά κβάντα. Max Planck: Θεμελιωτής της κβαντικής θεωρίας η οποία θα αντικαταστήσει την κλασική θεωρία. Κβάντωση του ηλεκτρικού φορτίου, της ορμής της στροφορμής κ.α. Η κβαντική θεωρία εξετάζει φαινόμενα του μικρόκοσμου ενώ στα φαινόμενα του μακρόκοσμου ταυτίζεται με την κλασική.

Μέλαν σώμα στη φυσική θεωρείται το σώμα που απορροφά την ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία που προσπίπτει σ' αυτό, σε όλο το φάσμα της (όλες τις συχνότητες). Το μέγεθος που εκφράζει την ενέργεια που εκπέμπεται από τη μονάδα της επιφανείας ενός σώματος στη μονάδα του χρόνου ονομάζεται **ένταση της ακτινοβολίας**, συμβολίζεται με το I και στο S.I. μετριέται σε J/m^2 ή W/m^2. Το μέλαν σώμα εκπέμπει ακτινοβολία σε όλες τις συχνότητες και σε όλες τις θερμοκρασίες. Η ένταση της ακτινοβολίας εξαρτάται από το μήκος κύματος και την θερμοκρασία. Για κάποιο μήκος λ_{max} κύματος η ένταση γίνεται μέγιστη. Ο νόμος του **Wien:** $\lambda_{max} \cdot T = σταθ.$ Τα στοιχειώδη ηλεκτρικά δίπολα ταλαντώνονται και έτσι εκπέμπουν Η/Μ ακτινοβολία. Η **ενέργεια** αυτών των διπόλων είναι κβαντισμένη $E_n = n \cdot h \cdot f$. Το ποσό της ενέργεια που μπορεί να απορροφήσει ή να εκπέμψει ένα άτομο με την μορφή Η/Μ ακτινοβολίας μπορεί να πάρει μόνο διακριτές τιμές. Ένα **κβάντο ενέργεια** είναι ίσο με $E = hf$ και το άτομο εκπέμπει ή απορροφά διακριτά κβάντα ενέργειας.

Το **φωτοηλεκτρικό φαινόμενο** είναι το φαινόμενο κατά το οποίο μια μεταλλική επιφάνεια απελευθερώνει ηλεκτρόνια (**φωτοηλεκτρόνια**) στο περιβάλλον όταν πάνω της προσπίπτει φως. Στην επιστρωμένη με αλκαλιμέταλο **κάθοδο (-)** όταν φωτίζεται εκπέμπονται ηλεκτρόνια που με την βοήθεια της διαφοράς δυναμικού επιταχύνονται και καταλήγουν στην **άνοδο (+). 1)** Εκπομπή φωτοηλεκτρονίων έχουμε μόνο όταν η συχνότητα του φωτός υπερβεί την **συχνότητα κατωφλίου**. **2)** Ο αριθμός των φωτοηλεκτρονίων είναι ανάλογος της έντασης του φωτός, **3)** Η ταχύτητα των φωτοηλεκτρονίων εξαρτάται από την συχνότητα του φωτός. Για να αποσπαστεί ένα ηλεκτρόνιο από το μέταλλο θέλει ενέργεια ίση με φ που ονομάζεται **έργο εξαγωγής**. Το φως αποτελείται από μικρά πακέτα ενέργειας που ονομάζονται **κβάντα φωτός** ή **φωτόνια**. Όσο μεγαλύτερη είναι η **ένταση του φωτός** τόσα περισσότερα κβάντα περιέχει. Η **ενέργεια κάθε φωτονίου** είναι ίση με $E = h \cdot f$. <u>Κάθε φωτόνιο πρέπει να δώσει όλη την ενέργεια σε ένα ηλεκτρόνιο.</u> Αν η ενέργεια του φωτονίου είναι μικρότερη από το έργο εξαγωγής τότε το ηλεκτρόνιο δεν μπορεί να εγκαταλείψει το μέταλλο. Αν η ενέργεια του φωτονίου είναι μεγαλύτερη από το έργο εξαγωγής τότε εγκαταλείπει το μέταλλο με **κινητική ενέργεια** $K = hf - \varphi$, όπου K η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου έξω από το μέταλλο. Για να εξέλθει το φωτοηλεκτρόνιο από το μέταλλο πρέπει $E > 0$ ή $hf - \varphi > 0$ ή $hf > \varphi$ ή $f > \frac{\varphi}{h}$: **συχνότητα κατωφλίου**. Το φωτόνιο έχει μηδενική **μάζα ηρεμίας** και ενέργεια $E = pc$ όπου p η **ορμή του φωτονίου**. Επομένως $pc = hf$ και αφού $c = \lambda f$ είναι $p = \frac{h}{\lambda}$.

Η κυματοσυνάρτηση Ψ(x,y,z,t) είναι μία συνάρτηση της θέσης και του χρόνου. Δεν έχει φυσική σημασία. Είναι πυκνότητα πιθανότητας. Το γινόμενο $|\Psi^2| dV$ δίνει την πιθανότητα να βρίσκεται το σωμάτιο μέσα στον όγκο dV. Επειδή το σωμάτιο σίγουρα βρίσκεται κάπου μέσα στον χώρο πρέπει το άθροισμα των γινομένων $|\Psi^2| dV$ να είναι ίσο με 1. Δηλαδή η πιθανότητα να βρίσκεται το σωμάτιο κάπου μέσα στον χώρο είναι ίση με 1. **Συνθήκη κανονικοποίησης.**

Οι **ακτίνες Χ** παράγονται όταν α) ηλεκτρόνια επιβραδύνονται κατά την πτώση πάνω σε ένα μέταλλο και β) όταν τα ηλεκτρόνια συγκρούονται με τα άτομα της μεταλλικής επιφάνειας τους δίνουν ενέργεια, τα ηλεκτρόνια των ατόμων διεγείρονται σε υψηλότερες στοιβάδες και κατά την αποδιέγερσή τους εκπέμπουν ΗΜ ακτινοβολία. Οι ακτίνες Χ σκεδάζονται από ακίνητα ηλεκτρόνια (**σκέδαση Compton**). Μετά την σκέδαση αλλάζει η συχνότητα και η ορμή της ΗΜ ακτινοβολίας. Για την μεταβολή του μήκους κύματος ισχύει η παρακάτω σχέση: $\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - συνφ)$. Το φαινόμενο εξηγείται ως σύστημα σκέδασης και εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής και της ενέργειας. Το φωτόνιο έχει **ενέργεια**: $E = \frac{hc}{\lambda}$ και το σχετικιστικά κινούμενο ηλεκτρόνιο έχει ενέργεια $K_e = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} - mc^2$. Ενώ η **ορμή** του φωτονίου είναι p=h/λ και του ηλεκτρονίου $p_e = \frac{mu}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$.

Ο Λουί ντε Μπρολί έθεσε το αξίωμα ότι ένα σωματίδιο ορμής p μπορεί να συμπεριφέρεται και ως κύμα με μήκος κύματος $\lambda = h/p$. Πειράματα περίθλασης δέσμης ηλεκτρονίων απέδειξαν την **κυματική φύση της ύλης**.

Ένα κύμα ενός μήκους κύματος βρίσκεται παντού στον χώρο και έτσι δεν μπορούμε να προσδιορίσουμε την θέση του, ξέρουμε όμως με ακρίβεια την ορμή του. Μία ομάδα από πολλά κύματα φτιάχνουν ένα κυματοπακέτο που είναι εντοπισμένο στον χώρο αλλά δεν γνωρίζουμε με ακρίβεια την ορμή του αφού κάθε συστατικό κύμα του πακέτου έχει διαφορετικό μήκος κύματος άρα και διαφορετική ορμή. **Η αρχή της αβεβαιότητας** θέτει ότι είναι αδύνατο να μετρήσουμε ταυτόχρονα και την θέση και την ορμή ενός σωματιδίου με ακρίβεια: $\Delta p_x \cdot \Delta x \geq h/2\pi$. Τα σύμβολα Δp_x και Δx δείχνουν το εύρος της αβεβαιότητας. Η αβεβαιότητα στη μέτρηση της ενέργειας μιας κατάστασης ενός συστήματος είναι αντίστροφα ανάλογη με τον χρόνο που το σύστημα παραμένει σ' αυτή την κατάσταση. $\Delta E \cdot \Delta t \geq h/2\pi$